

Mathe AG 2022/23

Joel Gerlach

August 2022

Inhaltsverzeichnis

1	Generelles	1
1.1	Wie die AG aussehen wird	1
1.2	Das Problem der Klassenstufen	2
2	Grundkenntnisse	2
2.1	Algebra	2
2.2	Geometrie	2
2.3	Kombinatorik	2
2.4	Zahlentheorie	3
3	Fortgeschrittene Konzepte	3
3.1	Algebra	3
3.2	Geometrie	3
3.3	Kombinatorik	3
3.4	Zahlentheorie	4

§1 Generelles

§1.1 Wie die AG aussehen wird

Die Mathe-AG dieses Jahr wird dieses Jahr einmal wöchentlich stattfinden, und zwar donnerstags von 19-20:30. Ich werde mein bestes geben, dies immer einzuhalten, allerdings kann ich es nicht versprechen, da ich vor Allem in der Klausurenphase diese Zeit benötigen könnte und werde. Es wird über das Jahr mindestens zwei Vorbereitungs-Olympiaden geben, die etwa das Niveau der Landesrunde der Mathematikolympiade haben werden und jeweils an einem IWE stattfinden. Alternativ kann sie auch allein mit Zeitlimit geschrieben werden. Die Teilnahme ist nicht verpflichtend, aber sehr gern gesehen :). Diese dienen dazu sich mit den Testbedingungen vertraut zu machen und um in etwa erahnen zu können, welche Punktzahl man letztendlich erreichen könnte. Desweiteren wird es ein wöchentliches Problem geben, welches sich mit dem Thema auseinandersetzt, was wir in der jeweiligen Woche besprochen haben. Je nach Schwierigkeit der Aufgabe kann man sich 1, 2 oder 3 Punkte dabei verdienen. Wer am Ende des Schuljahres am meisten Punkte gesammelt hat, bekommt einen Preis.

§1.2 Das Problem der Klassenstufen

Da die Mathe-AG alle Klassenstufen 9-12 umfassen wird, stellt sich natürlich die Frage, wie wir das unterschiedliche mathematische Niveau der Klassenstufen handhaben. Es wäre unfair den 9ern gegenüber, anzunehmen, dass sie mit Differenzial- und Integralrechnung vertraut sind, aber auch unfair den 12ern gegenüber, die ersten 6 Wochen damit zu verbringen, die quadratische Gleichung herzuleiten und des Satz den Pythagoras zu beweisen. Daher wird der folgende Abschnitt auflisten, was ich als Grundkenntnisse für die Mathe-AG annehmen werde. Im Generellen umfasst es alles Material, was in den erste 9 Jahren (inklusive der 9ten Klasse) im Mathematik-Unterricht gelehrt wird. Bei speziellen Fragen könnt ihr euch immer direkt an mich wenden oder in unserer WhatsApp Gruppe nachfragen.

§2 Grundkenntnisse

§2.1 Algebra

- Potenzgesetze
- Binomische Formeln.
- Darstellen und Lösen von Quadratischen Gleichungen
- Lösen von linearen Gleichungssystemen mit 2-3 Unbekannten¹
- Polynomdivision

§2.2 Geometrie

Das hier Aufgelistete sollte aus dem Schulunterricht bekannt sein. Falls nicht, schreibt mich gern an.

- Sehnenvierecke, Winkel über dem Kreis (Peripherie und Zentri-Winkelsatz)
- Stufenwinkel-, Wechselwinkel- und Nebenwinkelsatz
- Sehnen-Tangentenwinkelsatz
- Innenwinkelsumme von Polygonen

§2.3 Kombinatorik

- $\binom{n}{k}$ Notation
- Einfache Wahrscheinlichkeitsrechnung
- Schubfachprinzip
- Einfache vollständige Induktion (behandeln wir auch nochmal)

¹Es ist nicht notwendig den Gauß-Algorithmus zu lernen - wenn man ein paar Gleichungssysteme mit den allgemeinen Techniken löst gewinnt man genug Intuition um sie nach eigenem Verfahren zu lösen

§2.4 Zahlentheorie

- Primfaktorenzerlegung
- Teilbarkeitsregeln

§3 Fortgeschrittene Konzepte

Für alle die sich fragen welche Ansätze, Techniken und Sätze man für Matheolympiaden lernen und anwenden kann, dann ist hier eine Liste. Stufe 1-2 ist Niveau Schulrunde, 3-4 ist Niveau Regionalrunde, 5-6 ist Niveau Landesrunde 7-8 ist Niveau Bundesrunde, 9-10 ist Niveau Internationale Mathematikolympiade.

§3.1 Algebra

- (1) Polynomdivision, Lineare Gleichungssysteme, Binomische Formeln
- (2) Binomischer Lehrsatz, Schubfachprinzip, vollständige Induktion
- (3) Triviale Ungleichung, AM-GM Ungleichung
- (4) Cauchy-Schwarz Ungleichung
- (5) Ableitungen
- (6) Umordnungsumgleichung, Hölder Ungleichung, Chebychev Ungleichung, Gewichtete AM-GM Ungleichung, Gewichtete Jensen Ungleichung, Ravi Substitution
- (7) Funktional Gleichungen (Injektiv, Surjektiv, Punkt-Falle), Grenzwerte
- (8) Einheitswurzeln, Reelle Polynome
- (9) Lagrange Multiplikatoren

§3.2 Geometrie

- (1)+(2)+(3)+(4) Alles oben Aufgelistete
- (5)+(6) Lemmata über Punkte im Dreieck, Standard Konfigurationen (Inkreis Umkreis Lemma, Symmediane), Trigonometrie+Formeln, Satz von Ceva+Menelaos.
- (7)+(8) Projektive Geometrie, Komplexe Zahlen
- (9) Baryzentrische Koordinaten
- (10) Pure Projektive Transformationen, Bewegende Punkte (Tethered moving points)

§3.3 Kombinatorik

- (1)+(2)+(3)+(4) Alles oben Aufgelistete
- (5) Einschluss Ausschluss Prinzip, Kombinatorische Summenformeln (Pascal, Vandermonde, ...), Zählen auf zwei Weisen
- (6) Extremalprinzip, Ramsey Zahlen
- (7) Invarianten und Monovarianten

- (8) Erwartungswerte, Generierende Funktionen
- (9) Rekursionstheorie (diskrete Differentialgleichungen)
- (10) Kombinatorische Nullstellensatz, Lovász-Lokal-Lemma, Wahrscheinlichkeitsmethode

§3.4 Zahlentheorie

- (1)+(2) Einfache Modular Rechnung
- (3)+(4) Diophantische Gleichungen
- (5)+(6) Unendlicher Abstieg, Satz von Wilson, Fermats kleiner Satz, Satz von Euler, Arithmetische Funktionen, Auf- und Abrundungsfunktion, Quadratische Reste
- (7) Modulare Inverse, Vieta Jumping
- (8) Pell-Gleichungen, Ordnungen, ν -Notation (LTE), Fermats Quadratsatz
- (9) Satz von Dirichlet, Chinesischer Restsatz